

**БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ХАНТЫ-МАНСИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА – ЮГРЫ
«Сургутский государственный университет»**

Политехнический институт

**Демонстрационная версия экзаменационного задания
по направлению подготовки 09.06.01 Информатика и вычислительная техника
(Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ)**

1. Дивергенция векторного поля $\mathbf{F} = (xy^2, -yz, z^2)$ равна: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) $x + z^2$; 2) $x^2 + z^2$;
3) $y^2 + z$; 4) $z - x^2$.

2. Ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{n \ln n} \right)$: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) сходится абсолютно;
2) сходится условно;
3) расходится;
4) сходится равномерно.

3. Функция $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{1}{2} e^x$ является общим решением дифференциального уравнения: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) $y'' + y = e^x$; 2) $y' + y = e^x$;
3) $y'' + y' = 0$; 4) $y'' + 2y' + y = e^x$.

4. Разложение функции $f(x) = \sqrt{1+x}$ до члена с x^2 записывается как: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) $1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + o(x^2)$; 2) $1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2 + o(x^2)$;
3) $1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 + o(x^2)$; 4) $1 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{12}x^2 + o(x^2)$.

5. Связь между декартовой и сферической системой координат определяется как: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) $\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi, \\ y = r \sin \theta \sin \phi; \\ z = r \cos \theta \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = r \cos \theta \cos \phi, \\ y = r \sin \theta \sin \phi; \\ z = r \cos \theta \end{cases}$

$$3) \begin{cases} x = r \cos \theta \sin \phi, \\ y = r \sin \theta \sin \phi; \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi, \\ y = r \sin \theta \cos \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

6. Поток векторного поля $\mathbf{a} = \left(\frac{x}{3}, \frac{y}{3}, \frac{z}{3}\right)$ через внешнюю сторону поверхности куба со стороной h равен: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) 0; 2) h^3
 3) $3h^2$; 4) $\frac{h^4}{3}$.

7. Укажите верный порядок этапов математического моделирования:

- a) математическое исследование,
 b) постановка задачи,
 c) осмысление решения.

- 1) a b c; 2) b c a;
 3) a c b; 4) b a c.

8. Итерационной формулой $\vec{x}_{n+1} = \vec{x}_n + a \nabla \Phi(\vec{x}_n)$ описывается: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) метод покоординатного спуска;
 2) метод градиентного спуска;
 3) метод наискорейшего спуска;
 4) метод Пауэлла.

9. Величина градиента скалярного поля $U = x^2 - y^2 + yz - x$ в точке $A = (1, 0, -1)$ равна: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) $\sqrt{2}$; 2) $-\sqrt{2}$;
 3) $-\sqrt{3}$; 4) $\sqrt{3}$.

10. Укажите характеристическое уравнение для уравнения $y''' + 6y' - y = 0$: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) $k^3 + 6k^2 - k = 0$; 2) $k^3 = 0$;
 3) $3k^2 + 6 = 0$; 4) $k^3 + 6k - 1 = 0$.

11. Связь между сферической и декартовой системой координат определяется как: (выберите один правильный вариант из предложенных)

$$\begin{array}{ll}
1) \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \theta = \arccos\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right); \\ \phi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \end{array} \right. & 2) \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \theta = \arcsin\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right); \\ \phi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \end{array} \right. \\
3) \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \theta = \arccos\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{z}\right); \\ \phi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \end{array} \right. & 4) \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \theta = \arccos\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{z}\right); \\ \phi = \arctg\left(\frac{x}{y}\right) \end{array} \right.
\end{array}$$

12. Поток векторного поля $\mathbf{a} = (2x, z, 2z)$ через внешнюю сторону сферы радиуса R равен: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) 0; 2) $\frac{4}{3}\pi R^3$;
3) R^2 ; 4) $\frac{16}{3}\pi R^3$.

13. Математическое ожидание дискретной случайной величины X , принимающей значения x_i с вероятностями p_i ($i = 1, \dots, n$) равно : (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) $M[X] = \max_{1 \leq i \leq n} \{x_i p_i\}$; 2) $M[X] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i p_i$;
3) $M[X] = \sum_{i=1}^n x_i p_i$; 4) $M[X] = \sum_{i=1}^n (x_i p_i)^2$.

14. Коэффициент a_n в разложении функции $f(x)$ в интервале $(-\pi, \pi)$ в ряд Фурье $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ равен: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx$; 2) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} n f(x) \, dx$;

$$3) a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx;$$

$$4) a_n = \frac{\pi}{2} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin x \, dx$$

15. Метод Рунге-Кутты используется для: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) численного решения СЛАУ;
- 2) решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений;
- 3) решения задачи на собственные значения;
- 4) быстрого преобразования Фурье.

16. Частное решение линейного дифференциального уравнения $y'' - 12y' + 36y = 24 \cos x$ имеет вид: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) $y = xA \cos x$;
- 2) $y = A \cos 6x + B \sin 6x$;
- 3) $y = xA \cos 6x$;
- 4) $y = A \cos x + B \sin x$.

17. Метод стрельбы используется для: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) решения задачи на собственные значения;
- 2) быстрого преобразования Фурье;
- 3) решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений;
- 4) численного решения СЛАУ.

18. Ротор векторного поля $\mathbf{F} = (xy, yz, zx)$ равен: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) $y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$;
- 2) $\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$;
- 3) $-y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$;
- 4) $-y\mathbf{i} - z\mathbf{j} - x\mathbf{k}$.

19. Погрешность исходных данных – это: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) Погрешность, возникающая в результате неточных измерений;
- 2) Погрешность, связанная с приближённым характером исходной содержательной модели;
- 3) Погрешность, связанная с подменой точных операторов и данных приближенными;
- 4) Погрешность, обусловленная необходимостью выполнять операции над числами, усеченными до определённого количества разрядов.

20. Интерполяционный многочлен Лагранжа $L_n(x)$ можно найти как:

(выберите один правильный вариант из предложенных)

$$1) f(x) = \sum_{i=0}^n f_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)};$$

$$2) f(x) = \sum_{j=0}^s \left(A_{j,1} (x - x_j)^{m_j-1} + A_{j,2} (x - x_j)^{m_j-2} + \dots + A_{j,m_j} \right) \hat{W}_j(x);$$

$$3) f(x) = \sum_{i=0}^n f_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{\sin(x - x_j)}{\sin(x_i - x_j)};$$

$$4) f(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^n (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1}) f(x_0, x_1, \dots, x_n).$$

21. Укажите формулу Грина: (выберите один правильный вариант из предложенных)

$$1) \oint_{\gamma} P dx + Q dy = \iint_D (P + Q) dx dy;$$

$$2) \oint_{\gamma} P dx + Q dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy;$$

$$3) \oint_{\gamma} P dx + Q dy = \iint_D \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} \right) dx dy;$$

$$4) \oint_{\gamma} P dx + Q dy = \iint_D \frac{\partial^2 (P + Q)}{\partial x \partial y} dx dy.$$

22. Для нахождения значения определённого интеграла по методу центральных прямоугольников с использованием неравномерной сетки, необходимо произвести вычисления по формуле: (выберите один правильный вариант из предложенных)

$$1) I = f(a)(b - a); \quad 2) I = \sum_{i=1}^n f\left(\frac{x_{i-1} + x_i}{2}\right)(x_i - x_{i-1});$$

$$3) I = \frac{h}{2}(f_0 + f_n) + h \sum_{i=1}^{n-1} f_i; \quad 4) I = h \sum_{i=1}^{n-1} f\left(x_i - \frac{h}{2}\right).$$

23. Работы силы $\mathbf{F} = (P, Q, R)$ по перемещению материальной точки вдоль кривой γ равна: (выберите один правильный вариант из предложенных)

$$1) \int_{\gamma} (P - Q) dx + (Q - R) dy + (R - P) dz;$$

$$2) \int_{\gamma} \frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial Q}{\partial y} dy + \frac{\partial R}{\partial z} dz;$$

- 1) сходимости метода;
- 2) отсутствии сходимости метода;
- 3) достижении заданной точности;
- 4) возрастании погрешности.

29. Интерполяционный многочлен Ньютона $P_n(x)$ можно найти как: (выберите один правильный вариант из предложенных)

$$1) f(x) = \sum_{i=0}^n f_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)};$$

$$2) f(x) = \sum_{j=0}^s \left(A_{j,1} (x - x_j)^{m_j-1} + A_{j,2} (x - x_j)^{m_j-2} + \dots + A_{j,m_j} \right) \hat{W}_j(x);$$

$$3) f(x) = \sum_{i=0}^n f_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{\sin(x - x_j)}{\sin(x_i - x_j)};$$

$$4) f(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^n (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1}) f(x_0, x_1, \dots, x_k).$$

30. Укажите формулу для вычисления криволинейного интеграла первого рода: (выберите один правильный вариант из предложенных)

$$1) \int_{\gamma} f(x, y) ds = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t)) x^2(t) dt;$$

$$2) \int_{\gamma} f(x, y) ds = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t)) \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2} dt;$$

$$3) \int_{\gamma} f(x, y) ds = \int_{\alpha}^{\beta} \operatorname{rot} f dt;$$

$$4) \int_{\gamma} f(x, y) ds = \int_{\alpha}^{\beta} (x'_t + y'_t) dt.$$

31. Функция $y = C_1 \cos \frac{x}{4} + C_2 \sin \frac{x}{4}$ является общим решением дифференциального уравнения: (выберите один правильный вариант из предложенных)

$$1) 16y'' + 4y = e^x; \quad 2) y'' + \frac{y}{16} = 0;$$

$$3) 16y' + y = e^x; \quad 4) y'' + 16y = 0.$$

32. Оценить относительную погрешность функции и приближенных аргументов x_i можно по формуле: (выберите один правильный вариант из предложенных)

$$1) \Delta u = |U - u|; \quad 2) \delta_u = \frac{\Delta_u}{|u|};$$

$$3) \Delta_u = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial u}{\partial x_i} \right| \Delta_{x_i}; \quad 4) \delta_u = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial \ln u}{\partial x_i} \right| \Delta_{x_i}.$$

33. Метод трехдиагональной прогонки используется для: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) решения задачи на собственные значения;
- 2) быстрого преобразования Фурье;
- 3) решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений;
- 4) численного решения СЛАУ.

34. Поток векторного поля $\mathbf{a} = (x + y, y + z, z + x)$ через внешнюю сторону поверхности прямоугольного параллелепипеда со сторонами a, b, c равен. (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) $3abc$;
- 2) abc ;
- 3) 6 ;
- 4) 1 .

35. Уравнение Лапласа имеет вид: (выберите один правильный вариант из предложенных)

- 1) $\Delta u = 0$;
- 2) $\nabla \cdot u = 0$;
- 3) $\nabla \times u = 0$;
- 4) $u_{tt} = 0$.

36. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию: (вычислить)

$$xy' = x + 2y, \quad y(1) = 1.$$

В качестве ответа написать значение решения $y(x)$ в точке $x = 2$: _____

37. Интеграл $\iint_D x \cos(x + y) dx dy$ по области $D = \left\{ 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right\}$ равен _____ (вычислить)

38. Построить интерполяционный многочлен $P_2(x)$ степени не выше второй, проходящий через точки $(-1, 2)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$. Чему равно значение $P_2(2)$? (вычислить)

39. Задача называется корректно поставленной, если ее решение существует, единственно и _____ зависит от исходных данных. (вставить пропущенное слово)

40. Несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x}}$ равен _____. (вычислить)

41. Циркуляция непрерывно-дифференцируемого векторного поля \mathbf{a} вдоль контура кусочно-гладкой поверхности S равна потоку _____ векторного поля \mathbf{a} через поверхность S . (вставить пропущенное слово)

42. Разностная схема называется _____, если численное решение непрерывно зависит от исходных данных и эта зависимость равномерна относительно шага сетки. (вставить пропущенное слово)

43. Интеграл $\int_{\gamma} f(x, y, z) ds$ по кривой γ называется криволинейным интегралом _____ рода. (вставить пропущенное слово)

44. Условия Коши-Римана являются необходимыми и достаточными условиями существования _____ функции комплексной переменной. (вставить пропущенное слово)

45. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию: (вычислить)

$$xy' = \sqrt{1 - y^2}, \quad y(1) = 0.$$

В качестве ответа написать значение решения $y(x)$ в точке $x = e$: _____

46. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию: (вычислить)

$$(1 + x^2)dy + ydx = 0, \quad y(1) = 1.$$

В качестве ответа написать значение решения $y(x)$ в точке $x = 0$: _____

47. Площадь фигуры, ограниченной кривыми: $y = \ln x$, $x - y = 1$, $x = 0$, $y = -2$ равна _____. (вычислить)

48. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, но ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ расходится, то исходный ряд называется _____ сходящимся. (вставить пропущенное слово)

49. Метод Якоби относится к _____ численным методам решения систем линейных уравнений. (вставить пропущенное слово)

50. Если _____ произведение двух ненулевых векторов равно нулю, то эти векторы коллинеарны. *(вставить пропущенное слово)*