

БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ХАНТЫ-МАНСИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА – ЮГРЫ
«Сургутский государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической
работе

Е.В. Копыталова

«23» сентября 2019 г.



ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Направление подготовки

09.06.01 Информатика и вычислительная техника

Отрасль науки

Физико-математические науки

Квалификация

Исследователь. Преподаватель-исследователь

Форма обучения

Очная, заочная

Сургут
2019

Содержание

1. Общие положения	3
2. Цель вступительных испытаний	3
3. Содержание программы	3
4. Вопросы к вступительному экзамену	4
5. Рекомендованная литература	8
6. Критерии оценки ответов вступительного экзамена	8

1. Общие положения

Программа вступительного экзамена по направлению подготовки 09.06.01 Информатика и вычислительная техника направленность Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ включает в себя устный экзамен по специальной дисциплине, соответствующей направленности программы.

Программа вступительных испытаний содержит описание процедуры, содержание программы вступительных испытаний и критерии оценки ответов.

Вступительные испытания в аспирантуру СурГУ проводятся на русском языке.

Организация и проведение вступительных испытаний осуществляется в соответствии с Правилами приема, принятыми Ученым советом СурГУ, утвержденными ректором СурГУ и действующими на текущий год поступления в аспирантуру.

Для приема вступительных испытаний на направления подготовки кадров высшей квалификации – научно-педагогических кадров по каждой программе подготовки отдельно формируются экзаменационные и предметные комиссии. Вступительные испытания проводятся предметной комиссией в соответствии с утвержденным расписанием.

В начале проведения вступительного испытания организаторами проведения экзамена выдаются поступающим экзаменационные билеты и листы для ответов. Для подготовки к ответу по билету отводится не менее 60 (шестидесяти) минут. На собеседование по билету с одним поступающим отводится не более 30 (тридцати) минут, в течение которых поступающему членами комиссии могут быть заданы дополнительные вопросы в соответствии с программой вступительных испытаний.

Решение экзаменационной комиссии размещается на официальном сайте Университета и на информационном стенде приемной комиссии.

По результатам вступительных испытаний поступающий имеет право на апелляцию в порядке, установленном Правилами приема, действующими на текущий год поступления.

Пересдача вступительных экзаменов не допускается.

2. Цель вступительных испытаний

Целью вступительного испытания по специальной дисциплине является определение уровня знаний, полученных поступающими в результате освоения основных профессиональных образовательных программ высшего образования, их готовность к выполнению научно-исследовательской деятельности.

3. Содержание программы

Раздел 1.

Общие вопросы.

Понятие модели. Вычислительный эксперимент. Модель, алгоритм, программа. Законы сохранения, как основа большинства математических моделей. Классификация моделей. Построение иерархии упрощённых моделей как метод анализа сложных систем. Изменчивость, наследственность, отбор – общие черты развивающихся систем. Глобальные модели, мировая динамика.

Раздел 2.

Математическая физика.

Линейные уравнения. Классификация уравнений второго порядка. Уравнение переноса, волновые уравнения, уравнения эллиптического типа. Принцип суперпозиции. Уравнение теплопроводности. Краевая задача, принцип максимума, теоремы сравнения. Разложение по собственным функциям. Функция Грина и связь с интегральными уравнениями. Задача Коши. Волновые уравнения. Характеристики. Формула Даламбера. Корректность задач математической физики. Понятие о некорректных задачах и методах

их анализа. Нелинейные уравнения. Уравнения газовой динамики. Автомоделные решения. Ударные волны. Понятие об обобщённых решениях. Теория ветвления решений нелинейных уравнений. Самоорганизация. Понятие о параметрах порядка. Диссипативные структуры. Нелинейное уравнение теплопроводности. Нелинейные волны. Уравнение Бюргерса. Уравнение Кортвега де-Фриза. Солитоны. Представление о методе обратной задачи теории рассеяния.

Раздел 3.

Элементы функционального анализа.

Банаховы и гильбертовы пространства. Полнота, компактность. Лемма Арцела. Понятие об интеграле Лебега. Теорема о неподвижной точке. Непрерывные и вполне непрерывные операторы. Приложение к теории линейных интегральных операторов. Альтернатива Фредгольма. Примеры задач, приводящих к интегральным уравнениям. Линейные функционалы. Распределения, обобщённые функции. Спектр оператора. Сопряжённые, самосопряжённые, симметричные, положительно определённые операторы и их спектральные свойства.

Раздел 4.

Динамические системы.

Существование и единственность решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Устойчивость. Первый и второй методы Ляпунова. Диссипативные и гамильтоновы системы. Автоколебания. Понятие о методе усреднения. Генератор Ван-дер-Поля. Странные аттракторы. Система Лоренца. Одномерные отображения, как простейшие динамические системы. Простейшие дискретные модели. Клеточные автоматы. «Игра жизни».

Раздел 5.

Теория вероятностей.

Вероятность, условная вероятность, математическое ожидание. Схема Бернулли. Одномерные и многомерные распределения вероятностей. Центральная предельная теорема. Модели Марковских процессов. Генерация случайных чисел. Метод Монте-Карло. Примеры математических моделей, которые могут быть изучены этим методом.

Раздел 6.

Численные методы.

Численное интегрирование. Решение линейных алгебраических уравнений. Прямые и итерационные методы. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод оптимизации. Задача о минимизации квадратичного функционала. Градиентные методы. Вариационные методы и проекционные методы. Понятие о методе конечных элементов. Разностные методы решения уравнений математической физики. Явные и неявные схемы. Основные понятия (аппроксимация, сходимость, устойчивость). Теория устойчивости разностных схем. Консервативные разностные схемы. Разностные схемы для уравнения Пуассона, теплопроводности, переноса и волнового уравнения. Методы прогонки. Быстрое преобразование Фурье. Итерационные методы для решения разностных уравнений эллиптического типа. Численные методы решения нелинейных уравнений. Численные методы решения многомерных задач. Понятие о пакетах прикладных задач, особенностях программного обеспечения больших задач.

4. Вопросы к вступительному экзамену

1. Элементы теории множеств. Операции над множествами. Несчетность множества действительных чисел. Множества на числовой прямой. Существование точных граней ограниченных множеств. Вещественные числа. Действия над

- вещественными числами. Точные грани ограниченных множеств вещественных чисел.
2. Критерии Коши сходимости последовательности. Сходимость монотонных последовательностей. Число « ϵ ».
 3. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Верхний и нижний пределы последовательности.
 4. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Теоремы Вейерштрасса и Кантора о непрерывных функциях на ограниченном отрезке.
 5. Функции действительной переменной. Предельное значение функции в точке по Коши и Гейне. Критерий Коши существования предела.
 6. Производная и дифференциал. Формулы для суммы, произведения и частного. Производная сложной функции и инвариантность формы первого дифференциала. Производные высших порядков.
 7. Теоремы Дарбу, Роля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталя.
 8. Формула Тейлора. Формы остаточных членов. Разложения для элементарных функций. Символы « O » и « o ».
 9. Исследование графиков функций. Необходимые и достаточные условия экстремума. Точки перегиба, асимптоты.
 10. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Интегрирование элементарных функций.
 11. Определенный интеграл Римана. Критерий Дарбу интегрируемости по Риману. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям.
 12. Несобственный интеграл на полупрямой. Критерий Коши сходимости. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости. Главное значение. Несобственный интеграл от неограниченной функции.
 13. Последовательности в R_n . Критерий Коши существования предела. Предельные точки множества. Открытые и замкнутые множества. Компакты. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
 14. Предел функции в точке из R_n . Повторные пределы. Непрерывность в точке. Теоремы Вейерштрасса и Кантора о непрерывных функциях на компактах из R_n .
 15. Частные производные и дифференцируемость в точке из R_n . Производная сложной функции и инвариантность формы первого дифференциала в R_n . Производная по направлению. Градиент.
 16. Экстремум функции. Необходимые условия экстремума в терминах первого дифференциала. Достаточные условия экстремума. Понятие об условном экстремуме. Градиентный метод поиска экстремума.
 17. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости рядов. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости Коши и Даламбера. Интегральный признак. Условная сходимость. Признаки Лейбница, Абеля и Дирихле.
 18. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Теорема о равномерном приближении функции многочленами. Теорема Арцела.
 19. Двойные, тройные, n -кратные интегралы. Свойства их. Сведение кратных интегралов к повторным интегралам. Несобственные интегралы. Криволинейные интегралы первого и второго рода.
 20. Поверхности в R_3 . Способы задания. Касательная и нормаль. Кусочно-гладкие поверхности. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода.
 21. Основные операции теории поля и их выражения в криволинейных координатах. Формулы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского и их приложения. Элементы тензорного анализа.

22. Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Признаки равномерной сходимости.
23. Ряды Фурье. Неравенство Бесселя. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равенство Парсеваля. Ряды по тригонометрической системе. Ее замкнутость. Условия сходимости. Преобразование Фурье.
24. Мера Лебега на прямой и в R_n . Измеримые множества. Счетная аддитивность меры Лебега. Измеримые функции. Сходимость по мере и почти всюду.
25. Интеграл Лебега и его связь с интегралом Римана. Теоремы Леви, Фату и Лебега о предельном переходе под знаком интеграла. Пространства L_p . Интеграл Лебега-Стилтьеса.
26. Линейное пространство. Линейная зависимость векторов. Подпространства, линейные оболочки, гиперплоскости. Геометрические свойства совокупности решений систем линейных уравнений. Условия совместности общей системы линейных уравнений.
27. Линейные операторы. Ядро оператора. Инвариантные подпространства. Собственные значения и векторы. Преобразование матрицы линейного оператора при линейном преобразовании базиса. Теорема Гамильтона-Кели.
28. Линейные операторы в евклидовом пространстве. Сопряженные и самосопряженные операторы.
29. Норма линейного оператора в гильбертовом пространстве. Теорема Банаха-Штейнгауза. Сопряженный оператор. Спектр и резольвента линейного оператора.
30. Вполне непрерывные операторы. Интегральные операторы Гильберта-Шмидта. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений.
31. Вполне непрерывные самосопряженные операторы. Теорема Гильберта-Шмидта. Билинейная формула для ядра интегрального оператора Гильберта-Шмидта.
32. Обобщенные функции. Пространство основных функций. δ -функция. Дифференцирование обобщенных функций. преобразование Фурье обобщенных функций.
33. Гильбертово пространство. Теорема об ортогональной проекции. Ортонормированный базис. Теорема Рисса-Фишера. Теорема Рисса-Фреше о представлении линейного непрерывного функционала.
34. Нормированные пространства. Линейные операторы. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала. выпуклые множества и их отделимость.
35. Принцип сжатых отображений. примеры приложений к дифференциальным и интегральным уравнениям.
36. Метрические пространства. Теоремы Хаусдорфа о пополнении. Компактные и вполне ограниченные множества в метрическом пространстве. Критерии компактности в L_p .
37. Топологические пространства. База топологии. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм. аксиомы отделимости Хаусдорфа. Компактность.
38. Метрические пространства. Непрерывные отображения метрических пространств. Гомеоморфизм. Компактные множества в метрическом пространстве.
39. Положительно определенные эрмитовы интегральные операторы. Экстремальный принцип. Теорема Мерсера.
40. Функция Грина для задачи Дирихле. Формула Пуассона для шара.
41. Основные свойства гармонических функций. Единственность и устойчивость классических решений краевых задач для уравнений Лапласа.
42. Уравнения теплопроводности и диффузии. решение основных краевых задач о распространении тепла.
43. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Теоремы единственности и устойчивости.

44. Задача о колебании ограниченных объемов. решение методом Фурье. Свойства собственных значений и функций.
45. Задача о распространении волн в пространстве. Формула Пуассона. запаздывающий потенциал.
46. Уравнение гидродинамики и акустики.
47. Уравнение колебаний струны. Задача на бесконечной струне. Формула Даламбера. Корректность задачи на бесконечной струне. Пример Адамара некорректной задачи.
48. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка (случаи двух и нескольких переменных)
49. Задача на ограниченной струне. Обоснование метода Фурье. Теорема существования и единственности.
50. Общая задача Коши. Характеристики. Характеристики волнового уравнения.
51. Слабая топология и слабая сходимость. Слабая сходимость в нормированном пространстве. Слабая топология и слабая сходимость в сопряженном пространстве.
52. Сопряженное линейное пространство . Сильная и слабая топология в нем. рефлексивные пространства.
53. Понятие о проверке статистических гипотез. Случайные величины. Независимость. Математическое ожидание. Дисперсия. Сложение независимых случайных величин.
54. Неравенство Чебышева и его уточнения. Центральная предельная теорема (ЦПТ). Теорема Лапласа. Закон больших чисел. Применение ЦПТ к задаче различия гипотез и построению интервальных оценок.
55. Характеристические функции, их свойства и применение при доказательстве предельных теорем (ЗБЧ, ЦПТ). Теорема Пуассона.
56. Непрерывные распределения. Нормальное распределение. Гамма-распределение, его частные случаи.
57. Применение закона больших чисел и ЦПТ к оценке интегралов и вероятности события «А».
58. Аксиоматика теории вероятностей. Теоремы о продолжении меры. Леммы Бореля-Кантели. Усиленный закон больших чисел.
59. Простейшие случайные процессы. Пуассоновский процесс. Винеровский процесс. Марковские процессы, составление переходных вероятностей в процессе массового обслуживания.
60. Методы статистического описания. Статистические решения. Последовательный анализ. Точечные и интервальные оценки. Регрессионный анализ и метод наименьших квадратов.
61. Функции комплексной переменной. Аналитические функции. Ряды Тейлора и Лорана. интеграл Коши. Аналитическое продолжение.
62. Приведение квадратической формы к каноническому виду. Закон инерции. Критерий Сильвестра. Билинейные и квадратические формы в евклидовом пространстве.
63. Системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Определитель Вронского. решение в случае постоянных коэффициентов. Метод вариации постоянных.
64. Теория устойчивости. Простейшие точки покоя. Устойчивость по Ляпунову. Теоремы Ляпунова об устойчивости.

5. Рекомендованная литература

а) основная литература:

1. Функциональный анализ : Учебное пособие / Асташова И. В. — Москва : Евразийский открытый институт, 2011 .— 112 с. — Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2 Математический анализ [Текст] : учебник для бакалавров : рекомендовано УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебника для бакалавров высших учебных заведений с углубленным изучением математического анализа и для специалистов механико-математических факультетов университетов : [в 2 ч.] / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов .— 4-е издание .— Москва : Юрайт, 2015 .
3. Основные методы вычислительной математики [Текст] : учебное пособие / М. А. Фаддеев, К. А. Марков .— Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2014
4. Теория вероятностей и математическая статистика : Учебник / Климов Г. П. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2011 .— 368 с. — Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
5. Ильин А. М. Уравнения математической физики - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 192 с. Доступ с сайта электронно-библиотечной системы «Лань». — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2181
6. Методы исследования операций [Текст] : допущено УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению ВПО 010300 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" / Б. А. Есипов .— Издание 2-е, исправленное и дополненное .— Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2013 .

б) дополнительная литература:

1. Функциональные, дифференциальные и интегральные уравнения [Текст] : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика" / К. Б. Сабитов .— М. : Высшая школа, 2005
2. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. — Изд. 4-е, стер. — СПб. [и др.]: Лань, 2009. — 608 с.
3. Ясницкий Л. Н. Введение в искусственный интеллект. — 3-е изд., стер. — М.: Академия, 2010.
4. Функциональный анализ : Учебник / Треногин В. А. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007 .— 488 с. — Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
5. Функциональный анализ и вычислительная математика : Учебное пособие / Лебедев В. И. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005 .— 294 с. — Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
6. Вероятность и статистика : Учебное пособие / Гринь А. Г. — Омск : Омский государственный университет, 2013 .— 304 с. — Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 7.

6. Критерии оценки ответов вступительного экзамена

Уровень знаний поступающего по специальной дисциплине оценивается экзаменационной комиссией по 100-балльной шкале.

Таблица

Диапазон присваиваемых баллов и критерии соответствия

Диапазон присваиваемых баллов	Критерии соответствия
80-100	Содержание основных положений теоретического вопроса экзаменационного билета изложено полно; ответ построен логично, в нем присутствуют обоснованные выводы и обобщения; изложены основные точки зрения на затрагиваемые в вопросах теоретические проблемы; даны полные ответы на дополнительные вопросы; абитуриент проявил владение современными научными разработками и результатами прикладных исследований в области экономики; в полной мере владеет предметной областью заявляемого исследования.
50-79	Раскрыто содержание основных положений теоретического вопроса экзаменационного билета; ответ построен логично, выводы и обобщения обоснованы; даны точные, но недостаточно полные ответы на дополнительные вопросы; ответы на основные вопросы отличаются логичностью, четкостью, знанием понятийного аппарата и литературы. Допускается неполнота аргументации по отдельным частным позициям положений или утверждений. Абитуриент владеет предметной областью заявляемого исследования.
30-49	Частично раскрыто содержание основных положений теоретического вопроса экзаменационного билета; нарушена логика построения ответа, выводы и обобщения не обоснованы; ответы на дополнительные вопросы даны не полностью, слабо аргументированы. Абитуриент владеет предметной областью заявляемого исследования.
1-29	Не раскрыто содержание основных положений теоретического вопроса экзаменационного билета, не даны ответы на дополнительные вопросы. При ответе обнаружились значительные пробелы в знании учебного материала, при ответе были допущены грубые ошибки. На дополнительные вопросы абитуриент отвечал неуверенно и со значительными ошибками. Уровень знаний не позволяет приступить к освоению основной образовательной программы. Не владеет предметной областью заявляемого исследования.
0	Абитуриент отказался отвечать на вопросы